

**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»**

Кафедра математики

Утверждаю
зав. кафедрой
Л.Р. Пантелеева

Протокол заседания
кафедры № 9
от 06.04.2026



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины	Математическое моделирование
Направление подготовки	09.03.04 «Программная инженерия»
Профиль подготовки	Программное обеспечение информационных систем
Год набора	2023, 2024, 2025, 2026

Составитель:

к.т.н., доц. Пантелеева Л.Р.

Казань

Содержание

1. Цели и задачи учебной дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины	4
4. Структура и содержание дисциплины	7
4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций	7
4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)	12
4.3. Планы практических и семинарских занятий	16
4.4. Планы практической подготовки/лабораторных занятий	25
5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	26
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	28
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	29
8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине	29
Приложение 1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	
Приложение 2. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Основными целями и задачами учебной дисциплины являются формирование представлений о принципах математического моделирования, овладение методами математического моделирования для формализации и анализа объектов и процессов профессиональной деятельности.

После изучения курса студент должен:

знать основы и принципы математического моделирования;

уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического моделирования;

владеть навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности с помощью методов математического моделирования.

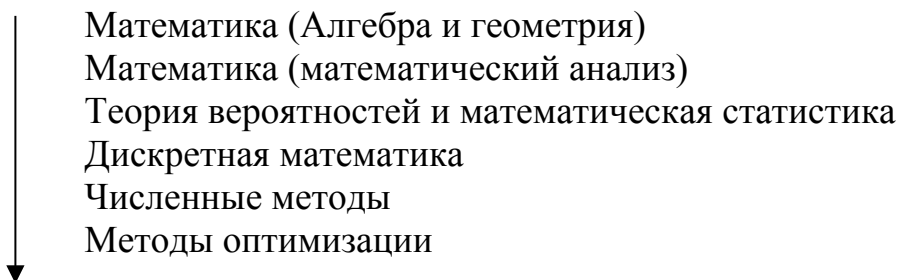
2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математическое моделирование» относится к обязательной части блока 1 учебного плана подготовки бакалавра по направлению 09.03.04 «Программная инженерия».

До начала изучения дисциплины «Математическое моделирование» у студента должны быть сформированы компоненты компетенций, полученные в результате изучения дисциплин: Математика (Алгебра и геометрия), Математика (математический анализ), Дискретная математика, Теория вероятностей и математическая статистика, Численные методы, Методы оптимизации.

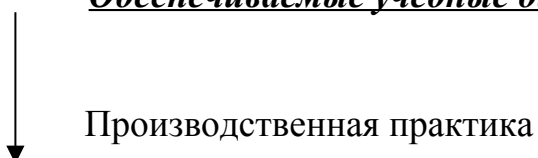
Дисциплина находится во взаимосвязи с дисциплинами согласно схеме:

Обеспечивающие учебные дисциплины



Математическое моделирование

Обеспечиваемые учебные дисциплины



3. Требования к результатам освоения дисциплины

Дисциплина участвует в формировании следующей компетенции в соответствии с ФГОС ВО по направлению «Программная инженерия»:

ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности»

После освоения дисциплины студент должен получить следующие образовательные результаты, соотнесённые с индикаторами достижения компетенций:

Декомпозиция компетенций

Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
Компетенция ОПК-1	
ОПК-1.1. Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	ОПК-1.1. 3.8. Знает основы и принципы математического моделирования ОПК-1.1. У.8. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического моделирования.
ОПК-1.2. Применяет навыки теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2. В.3. Владеет навыками теоретического исследования в профессиональной деятельности с помощью методов математического моделирования.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Общая трудоемкость дисциплины по очному и заочному обучению составляет 8 зачетных единиц (288 часов).

Модульная разбивка учебной дисциплины:

Наименование модулей	Количество ауд. часов		Самостоятельная работа очн/заочн	Всего часов очн/заочн	Индикаторы компетенции
	Лекции очн/заочн	практика очн/заочн			
Модуль 1. Линейное программирование					
Тема 1. Введение в математическое моделирование.	2/1	1/-	5/12	8/13	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 2. Постановка задачи линейного программирования и ее геометрическая интерпретация	2*/2	2/1	9/11	13/14	
Тема 3. Алгебраические основы симплекс-метода линейного программирования. Симплекс-таблицы	4/-	4/2	19/24	27/26	
Тема 4. Двойственность в линейном программировании	2*/1	3/-	10/13	15/14	
Тема 5. Транспортные задачи	2*/2	4/1	12/11	18/14	
Модуль 2. Нелинейное программирование					
Тема 6. Общая постановка задачи нелинейного программирования. Основные теоремы.	3/1	2*/1	9/10	14/12	ОПК-1.1
Тема 7. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера.	3/-	2/-	9/10	14/10	
Тема 8. Метод множителей Лагранжа.	2/1	2*/2	9/11	13/14	
Подготовка к зачету			10/5	10/5	
Модуль 3. Элементы теории массового обслуживания					

Наименование модулей	Количество ауд. часов		Самостоятельная работа очн/заочн	Всего часов очн/заочн	Индикаторы компетенции
	Лекции очн/заочн	практика очн/заочн			
Тема 9. Марковские процессы	1/1	2/1	9/10	12/12	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 10. Непрерывные цепи Маркова. Система уравнений Колмогорова.	2/1	2/1	9/10	13/12	
Тема 11. Модель гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказами.	2*/1	2/1	9/11	13/13	
Тема 12. Системы массового обслуживания с ожиданием.	2/-	2*/1	9/12	13/13	
Модуль 4. Математические модели конфликтных ситуаций					
Тема 13. Основные понятия и аксиомы теории игр	1/1	1/1	5/10	7/12	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 14. Матричные игры и игры с природой.	2*/2	2/2	5/9	9/13	
Тема 15. Бескоалиционные игры.	2/-	2/-	5/12	9/12	
Тема 16. Коалиционные и кооперативные игры.	2/-	1/-	5/13	8/13	
Модуль 5: «Математические модели в экономике и управлении»					
Тема 17. Модели поведения потребителя	2*/1	2/1	7/9	11/11	ОПК-1.1
Тема 18. Производственные модели	2*/1	2/1	9/8	13/10	
Тема 19. Общие модели экономики и управления	2/-	2/-	8/9	12/9	
Подготовка к экзамену			36/36	36/36	
ИТОГО:	40/16	40/16	208/256	288/288	

* Данная тема изучается с элементами интерактивных методов обучения

Пояснительная записка с этапами формирования компетенций

Данный курс разбит на пять логически завершенных и взаимосвязанных между собой модулей, которые охватывают весь материал дисциплины, обеспечивают приобретение образовательных результатов в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами. Порядок освоения модулей выстраивает траекторию и этапы формирования заявленных компетенций (или их составляющих).

Каждый модуль содержит определенный раздел учебного материала и представляет собой законченный блок информации. По каждой теме в соответствии с учебным планом проводятся лекции и практические занятия. Предусмотрена индивидуальная самостоятельная работа, состоящая из подготовки к разделам, выделенным для самостоятельного изучения, подготовки к практическим занятиям по соответствующим темам с использованием лекционного материала, учебных пособий, рабочих программ дисциплин, Internet-ресурсов, а так же рекомендованной дополнительной литературы.

Модуль 1 «Линейное программирование» включает в себя пять учебных тем. После прохождения первого модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен знать основные понятия и инструменты математического моделирования; постановку и методы решения задач линейного программирования.

2. Уметь пользоваться математическим языком и математической символикой при построении экономических моделей; применять методы линейного программирования при решении задач, возникающих в технике и экономике.

3. Владеть понятийным аппаратом в области моделирования в экономике; построением математических моделей на базе задач линейного программирования.

Уровень освоения проверяется устным и тестовым опросом, контрольной работой, решением практических задач.

Модуль 2 «Нелинейное программирование» включает в себя 3 учебные темы.

После прохождения второго модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен знать постановку и методы решения задач нелинейного программирования.
2. Уметь применять основные теоремы и методы решения задач нелинейного программирования на практике.

Уровень освоения проверяется устным и тестовым опросом, контрольной работой, решением практических задач.

Модуль 3 «Элементы теории массового обслуживания» включает в себя 4 темы. После прохождения третьего модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен знать основы теории массового обслуживания.
2. Уметь использовать принципы построения, функционирования и анализа работы систем массового обслуживания.

Уровень освоения проверяется устным и тестовым опросом, контрольной работой, решением практических задач.

Модуль 4. «Математические модели конфликтных ситуаций» включает в себя 4 учебные темы. После прохождения четвертого модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен знать основы теории игр.
2. Уметь пользоваться моделями рационального поведения лица принимающего решения в различных конфликтных ситуациях.
3. Владеть применением игровых моделей для принятия решений в ситуациях неопределенности.

Уровень освоения проверяется устным и тестовым опросом, контрольной работой, решением практических задач.

Модуль 5. «Математические модели в экономике и управлении» включает в себя три учебные темы. После прохождения пятого модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен знать основные математические модели поведения потребителя и производителя, модели межотраслевого баланса.

2. Уметь составлять, решать и интерпретировать простейшие практически значимые экономико-математические модели.

Уровень освоения проверяется устным и тестовым опросом, контрольной работой, решением практических задач.

4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)

Тема 1. Введение в математическое моделирование.

1. Математическая модель и ее основные элементы.
2. Основные типы моделей. Классификация моделей.
3. Математическое моделирование объекта при описании проектной процедуры и проектной операции в конструировании программного обеспечения.
4. Моделирование – основной метод исследования социально-экономических систем. Процесс экономико-математического моделирования.
5. Предмет исследования операций. Методология операционного исследования.

Тема 2. Постановка задачи линейного программирования и ее геометрическая интерпретация.

1. Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия. Терминология.

2. Каноническая и стандартная формы задачи линейного программирования.

3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования на примере задачи с двумя переменными.

Тема 3. Алгебраические основы симплекс-метода линейного программирования.

1. Теорема об алгебраическом признаке опорного плана.

2. Критерий оптимальности опорного плана.

3. Алгоритм перехода от одного опорного плана к другому.

Тема 4. Симплекс-таблицы

1. Структура и заполнение симплекс-таблицы.
2. Пересчет элементов симплекс-таблицы; правило прямоугольника.
3. Решение задач с искусственным базисом.

Тема 5. Двойственность в линейном программировании

1. Постановка задачи линейного программирования двойственной по отношению к данной.
2. Симметричные и несимметричные взаимно двойственные задачи линейного программирования.
3. Теоремы двойственности.

Тема 6. Транспортная задача

1. Постановка транспортной задачи по критерию минимальных издержек.
2. Методы нахождения начального плана перевозок.
3. Теорема о потенциалах; нахождение оптимального плана перевозок.

Тема 7. Общая постановка задачи нелинейного программирования.

Основные теоремы

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Понятие о седловой точке; теоремы.

Тема 8. Выпуклое программирование. Теорема Куна – Таккера

1. Выпуклые (вогнутые) функции на выпуклых множествах.
2. Алгебраические признаки выпуклости (вогнутости) функций.
3. Теорема Куна – Таккера; условие Слейтера.

Тема 9. Метод множителей Лагранжа. Алгоритм метода. Экономический смысл множителей Лагранжа.

Тема 10. Марковские процессы

1. Понятие отсутствия последствия; марковские цепи.
2. Матрица переходных вероятностей.
3. Изображение марковской цепи в виде плоского графа.

Тема 11. Непрерывные цепи Маркова. Система уравнений Колмогорова

1. Понятие о потоке событий.
2. Простейший поток и его свойства.
3. Система уравнений Колмогорова. Финальные вероятности.

Тема 12. Модель гибели и размножения

1. Пуассоновские потоки гибели и размножения.
2. Вывод формул для вычисления финальных вероятностей.
3. Системы массового обслуживания с отказами.

Тема 13. Системы массового обслуживания и их типы

1. Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием.
2. Многоканальная системы массового обслуживания с ожиданием.
3. Замкнутые системы массового обслуживания.

Тема 14. Основные понятия и аксиомы теории игр

1. Игра как модель конфликтной ситуации. Терминология; классификация.
2. Понятие о чистых и смешанных стратегиях.

Тема 15. Матричные игры и игры с природой

1. Решение матричных игр в чистых и смешанных стратегиях. Теорема фон Неймана.
2. Связь матричных игр с задачами линейного программирования. Теорема Шепли – Сноу.

3. Модели принятия решений в условиях неопределенности. Критерий Вальда; критерий Байеса; критерий Сэвиджа.

Тема 16. Бескоалиционные игры

1. Положение равновесия Нэша. Биматричные игры.
2. Бесконечные бескоалиционные игры.
3. Оценка устойчивости равновесных положений в бескоалиционных играх.

Тема 17. Коалиционные и кооперативные игры

1. Типы коалиционных соглашений. Способы достижения устойчивости коалиций.
2. Переговорное множество. Произведение Нэша. Простейшие математические модели переговорного процесса.
3. Характеристическая функция кооперативной игры. Супераддитивность. Дележ и ядро кооперативной игры. Теоремы о дележах.

Тема 18. Модели поведения потребителя.

1. Потребитель и его поведение. Функция полезности. Кривые безразличия. Закон Госсена. Задача потребительского выбора. Точка спроса.
2. Функции спроса и предложения. Функции потребления и сбережения.
3. Эластичность функции и ее свойства. Применение эластичности в экономике. Уравнение Слуцкого.
4. Неравномерность распределения дохода населения.

Тема 19. Производственные модели

1. Поведение производителя. Производственные функции. Понятие предельного продукта. Функция предложения продукции. Издержки производства.
2. Поведение фирмы в условиях совершенной и несовершенной конкуренции.
3. Прикладные задачи в экономике.

Тема 20. Общие модели экономики и управления

1. Модели межотраслевого баланса. Модель Леонтьева. Условие продуктивности модели Леонтьева.

2. Линейная модель обмена.
3. Общие модели развития экономики. Модель экономического роста Солоу.

4.3. Планы практических и семинарских занятий

Каждое практическое занятие начинается с проверки домашнего задания и подробного разбора задач, вызвавших затруднения. Тезисно напоминаются основные теоретические положения изучаемой темы и рассматривается решение типовых задач. Выдается домашняя работа, рассчитанная ориентировочно на 1,5 часа.

Занятие 1. Введение в математическое моделирование.

Вопросы для обсуждения

1. Что подразумевается под социально-экономической системой?
2. Примеры моделей из различных сфер деятельности человека.
3. Зачем нужен алгоритм моделирования?
4. Основные этапы моделирования и основные признаки классификации моделей.
5. Классификация моделей по степени агрегирования объектов моделирования.
6. Классификация моделей по учету фактора времени.
7. Классификация моделей по цели создания и применения.
8. Классификация моделей по учету фактора неопределенности.
9. Классификация моделей по типам математического аппарата.

Занятие 2. Постановка задачи линейного программирования и ее геометрическая интерпретация.

Примеры постановки и геометрического решения задач линейного программирования.

Примеры практических задач:

1. Для изготовления двух видов изделий B_1 и B_2 используются три вида сырья. Общее количество сырья первого вида - 120 кг, второго вида - 200 кг, третьего - 180 кг. Расход сырья (кг) каждого вида на изготовление единицы изделия B_1 - 4 кг, 4 кг, 0 кг соответственно, на

изготовление единицы изделия В₂ - 3 кг, 10 кг, 15 кг соответственно. Найти оптимальный план производства изделий В₁ и В₂, обеспечивающий максимальную прибыль, если изделие В₁ дает прибыль в 5 у.е., а изделие В₂ - 6 у.е.

2. На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов, в количествах соответственно равных 24, 31 и 18 штук. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. При первом способе раскроя количество каждого вида заготовок равно 2, 5 и 2 штукам. При втором способе раскроя - 6, 4, 3 шт. Величина отходов от листа фанеры при первом способе раскроя равна 12 м², при втором способе - 16 м². Сколько листов фанеры следует взять, чтобы получить число заготовок не менее необходимого количества с минимальными отходами?

Занятие 3. Алгебраические основы симплекс-метода линейного программирования.

Решение задач линейного программирования симплекс-методом.

Примеры практических задач:

1. Магазин оптовой торговли реализует три вида продукции, используя в своей деятельности два ограниченных ресурса: полезную площадь своих помещений, составляющую 450 кв. м, и рабочее время сотрудников, лимит которого составляет 600 чел/час. Прибыль от реализации единицы продукции каждого вида составляет, соответственно 50, 65 и 70 тыс. руб. Затраты ресурсов на реализацию единицы каждого вида продукции могут быть представлены

технологической матрицей $A = \begin{pmatrix} 1,5 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1,5 \end{pmatrix}$ Необходимо разработать план товарооборота,

обеспечивающий магазину максимальную прибыль при условии, что общий объем реализованной продукции не должен быть менее 240 тыс. руб.

2. Цех производит три вида изделий, используя для этого древесину, запасы которой составляют 180 т.; пластмассу, запасы которой 120 т. и металл, запасы которого 220 т. Нормы расхода древесины на 1 тыс. ед. продукции первого вида изделий составляют 9т., второго вида 9т., третьего вида 2 т. Нормы расхода пластмассы на производство 1 тыс. ед. продукции первого вида изделий составляют 4т., второго вида 3т., третьего вида 2т. Нормы расхода металла на производство 1тыс.ед. продукции первого вида составляют 1т., второго вида 2т., третьего вида 4т. Продажная стоимость единицы первого изделия равна 7 у.е., единицы второго 8 у.е., единицы третьего 6 у.е. Сформировать план производства, при котором достигается наибольшая стоимость выпускаемой продукции и установить как при этом будет расходоваться сырье.

Занятие 4. Симплекс таблицы.

Решение задач линейного программирования с помощью симплекс-таблиц.

Примеры тестовых вопросов:

<p>1. Число ненулевых компонент в точках опорных планов ЗЛП равно:</p> <p>а) числу линейно независимых столбцов системы ограничений;</p> <p>б) числу переменных, входящих в состав целевой функции;</p> <p>в) числу неотрицательных переменных, входящих в состав целевой функции.</p>	<p>4. Если целевая функция неограниченна на множестве допустимых планов ЗЛП, то:</p> <p>а) множество допустимых планов ЗЛП пусто;</p> <p>б) множество допустимых планов ЗЛП не выпукло;</p> <p>в) множество допустимых планов ЗЛП не замкнуто.</p>
<p>2. Может ли система ограничений ЗЛП включать строгие неравенства?</p> <p>а) Да</p> <p>б) Нет</p>	<p>5. Может ли ЗЛП с двумя переменными иметь два и только два оптимальных решения?</p> <p>а) Может;</p> <p>б) Не может.</p>
<p>3. Как выбирается ведущий столбец симплекс-таблицы, если ЗЛП решается на отыскание максимума?</p> <p>а) По величине максимального по модулю отрицательного элемента в индексной строке;</p> <p>б) По величине минимального по модулю отрицательного элемента в индексной строке;</p> <p>в) По величине максимального положительного элемента в индексной строке.</p>	<p>6. Как выбирается ведущая строка симплекс-таблицы?</p> <p>а) По величине минимального положительного отношения элементов столбца свободных членов к элементам ведущего столбца;</p> <p>б) По величине минимального положительного отношения элементов ведущего столбца к соответствующим элементам столбца базисных переменных;</p> <p>в) По величине минимального элемента ведущего столбца.</p>

Занятие 5. Двойственность в линейном программировании.

Построение и решение двойственных задач.

Примеры практических задач:

1. Составить математическую модель двойственной к данной задачи. Решив одну из задач, найти оптимальное решение другой.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2; \\ x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \leq 3; \\ x_2 \leq 4; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

2. Цех делает трансформаторы двух видов. На один трансформатор первого вида нужно 5 кг железа и 3 кг проволоки, второго – 3 кг железа и 2 кг проволоки. От реализации одного трансформатора цех получает прибыль 6 и 5 евро соответственно. Цех располагает 4,8 т железа и 3 т проволоки.

Допустимы ли планы (500,600) и (600,600)? Какой ресурс является «узким» местом производства? Каковы двойственные оценки ресурсов?

Занятие 6. Транспортная задача.

Решение транспортных задач различных типов.

Примеры практических задач:

1. Составить план перевозок зерна из районов A_1, A_2, A_3, A_4 , запасы, которых составляют соответственно 800, 700, 1000 и 500 тыс.ц. На три элеватора B_1, B_2 и B_3 мощностью 1000, 1100 и 900 тыс.ц. Затраты на перевозку 1ц. зерна по соответствующим маршрутам выражены в денежных единицах и приведены в матрице тарифов

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} B_1 & B_2 & B_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2. В трех хранилищах A_1, A_2 и A_3 имеется соответственно 70, 90 и 50 тонн топлива. Необходимо спланировать перевозку топлива четырем потребителям B_1, B_2, B_3 и B_4 , спрос которых составляет соответственно 50, 70, 40 и 40 тонн так, чтобы транспортные расходы были бы минимальны. Затраты на перевозку 1 т. топлива по соответствующему маршруту, выраженные в ден. единицах приведены в матрице тарифов

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Занятие 7. Общая постановка задачи нелинейного программирования.

Основные теоремы.

Примеры практических задач:

1. Определить минимальные размеры поверхности для цилиндрической емкости заданного объема V .

2. Котел состоит из цилиндра, завершенного двумя полусферами. Определить размеры котла, (длину цилиндрической части и радиус) чтобы при данном объеме V его поверхность была наименьшей.

Занятие 8. Метод множителей Лагранжа.

Примеры практических задач:

1. С помощью метода Лагранжа найти условный экстремум функции $f(x_1, x_2)$:

$f(x, y) = 2x^2 + 4y^2 + xy - x + 5$ при ограничении $2x + y - 1 = 0$.

2. Издержки производства составляют $4x^2 + 3y^2 + x + y$, где x – затраты на материалы, y – затраты на оплату рабочего труда. Минимизировать издержки производства при условии, что затраты на материалы и оплату равны 6 у.е.

Занятие 9. Марковские процессы.

Построение математических моделей на основе цепей Маркова.

Пример. Работоспособность станка характеризуется двумя состояниями S_1 – исправен; S_2 – неисправен. Достоверно известно, что в начальный момент времени станок неисправен, т.е. при $t = 0$ имеет место состояние S_2 . Таким образом начальное распределение вероятностей $\{P_i(0)\}_{i=1,2}$ представляет собой вектор $P(0) = (0, 1)$. Т.к. возможных состояний системы только два матрица переходных вероятностей имеет размерность 2×2 и содержит четыре элемента. Согласно статистическим наблюдениям, станок, будучи исправным, остается таковым в течении рабочего цикла с вероятностью $P_{11} = 0,8$ и выходит из строя с вероятностью $P_{12} = 0,2$; будучи неисправным станок остается таковым с вероятностью $P_{22} = 0,1$ и с вероятностью $P_{21} = 0,9$ будет исправен. Описать данную ситуацию математической моделью.

Занятие 10. Непрерывные цепи Маркова. Система уравнений Колмогорова. Модель гибели и размножения.

Построение математических моделей на основе непрерывных цепей Маркова.

Пример. В вычислительном центре работает три персональных компьютера (ПК). Поток поступающих задач имеет интенсивность $\lambda = 10$ зад./час. Среднее время решения одной задачи равно 12 мин. Если все ПК заняты, заявка получит отказ. Найти вероятность отказа $P_{отк}$; относительную и абсолютную пропускную способность; среднее число загруженных ПК.

Занятие 11. Системы массового обслуживания.

Моделирование систем массового обслуживания. Решение задач.

Пример. На трехканальную телефонную линию поступает пуассоновский поток вызовов с интенсивностью $\lambda = 0,8$ 1/мин. Средняя продолжительность каждого разговора составляет 1,5 мин. Найти вероятность всех возможных состояний телефонной линии, относительную и абсолютную пропускную способности, вероятность отказа и среднее число загруженных каналов.

Занятие 12. Матричные игры.

Решение матричных игр в чистых и смешанных стратегиях. Решение игр с природой.

Примеры практических задач:

1. Определите верхнюю и нижнюю цену матричной игры, матрица платежей которой имеет вид:

1	- 4	7	- 2
2	2	5	- 8
3	- 1	0	1

1	- 5	7
2	1	- 2
3	6	3
4	- 1	0

2. Найдите седловой элемент и цену игры, если матрица платежей имеет вид:

Занятие 13. Бескоалиционные игры.

Постановка экономических задач в терминах бескоалиционных игр. Решение задач.

Примеры тестовых вопросов:

1. Какая из перечисленных ситуаций может быть рассмотрена в терминах бескоалиционных игр многих лиц?

- а) работа независимых биржевых маклеров;
- б) футбол;
- в) работа на международном нефтяном рынке стран участников организации экспортеров нефти;
- г) работа независимых частных грузоперевозчиков.

2. Если в бескоалиционной игре двух лиц функция выигрыша $F(x, y)$ строго выпукла по y для $x \in [0, 1]$, то

- а) игрок, множеством стратегий которого является множество X , имеет единственную чистую оптимальную стратегию;
- б) игрок, множеством стратегий которого является множество Y , имеет единственную чистую оптимальную стратегию;
- в) ни один игрок оптимальных чистых стратегий не имеет.

Занятие 14. Кооперативные игры.

Примеры коалиционных и кооперативных игр. Решение задач.

Примеры тестовых вопросов:

1. Если коалиционная игра имеет единственный исход сильного равновесия, какая последовательность действий наилучшим образом способствует его достижению?

- а) неограниченный обмен информацией между игроками в течение всего процесса игры;
- б) разрыв всех информационных контактов между игроками по завершении стадии переговоров;
- в) независимая деятельность игроков каждого только в своих собственных интересах.

2. Для чего используется отношение «выигрыш/ущерб» в коалиционных играх?

- а) для оценки стабильности ситуации взаимного сдерживания на основе угроз;
- б) для определения силы игроков;
- в) для оценки перспективности коалиционного взаимодействия.

Занятие 15. Модели поведения потребителя.

Примеры практических задач:

1. Пусть пространство C содержит два товара. Проверим, что неоклассическая функция полезности $U(x_1, x_2) = x_1^a \cdot x_2^b$, $a > 0$; $b > 0$; $a + b < 1$ удовлетворяет всем заявленным свойствам.

2. Найти точку спроса для неоклассической функции полезности $U(x_1, x_2) = x_1^a \cdot x_2^b$. Если общее количество денег равно Q , а цены на товары соответственно P_1 и P_2 .

3. Найти точку спроса для функции полезности $U = 2 \ln x_1 + \ln x_2$, если общее количество денег $Q = 18$, а цены на товары равны соответственно $P_1 = 1$; $P_2 = 3$.

Занятие 16. Производственные модели

Примеры практических задач:

1. Объем добычи щебня в карьере y зависит от трудозатрат x как $y = 6\sqrt{x}$. Цена щебня $v = 40$ руб/тонну. Заработная плата одного рабочего $P = 30$ руб/час. Требуется определить максимальную прибыль от добычи щебня и требуемое для этого количество рабочей силы.

2. Найти функцию спроса на ресурс и функцию предложения продукции фирмы, производственная функция которой задана выражением $y = \ln(x + 1)$; цена продукции v ; цена ресурса P ($v > P$).

3. Объем сбыта продукции предприятия зависит от назначаемой цены v и определяется соотношением $y(v) = 28 - v$. Издержки являются функцией выпуска и выражаются как

$I(y) = \frac{y^3}{3} - 6y^2 + 37y + 15$. Найти максимально возможную прибыль и определить, какие при этом будут объем производства и величина издержек.

Занятие 17. Общие модели экономики и управления

Примеры практических задач:

1. В экономике страны условно выделены три отраслевых комплекса, объемы конечной продукции которых составляют $y_1 = 80$ ед., $y_2 = 140$ ед., $y_3 = 100$ ед. Матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,1 & 0,4 \end{pmatrix}$$

Определить величины совокупной общественной продукции отраслевых комплексов.

2. Для производственной функции Кобба-Дугласа с параметрами $A = 10^3$ и $\alpha = 0,5$ найти значения равновесной капиталовооруженности, производительности и удельного потребления на стационарной траектории с параметрами $S = 0,2$; $h = 0,2$; $m = 0,05$.

4.4. Планы практической подготовки/лабораторных занятий

Практическая подготовка/лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов регламентируется Положением об организации самостоятельной работы студентов.

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углубленного изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на семинар материалу.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- изучить решения типовых задач;
- решить заданные домашние задания;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий. Они оцениваются по 100 балльной системе в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, и выполняются в учебные часы по расписанию в виде письменного решения индивидуальных контрольных заданий. Далее по разделам приводятся примерные варианты контрольных заданий.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия из списка основной литературы. На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем.

Контроль над ходом и результатами самостоятельной работы студентов может осуществляться в сплошной, индивидуальной, выборочной формах.

В процессе самостоятельного изучения студент обязан проработать перечисленные ниже темы, для углубления теоретических знаний и практических навыков, на основании методических рекомендаций по самостоятельной работе.

Материал, предлагаемый студентам для самостоятельного изучения.

1. История создания линейного программирования.
2. Примеры задач линейного программирования в технике, экономике и т. д.
3. Свойства выпуклых множеств.
4. Теорема о существовании решения задачи линейного программирования.
5. Вклад советских ученых в создание симплекс-метода.
6. Использование теории двойственности для оценки чувствительности оптимума.
7. Метод Фогеля нахождения начального плана перевозок.

8. Транспортная задача с промежуточными пунктами перегрузки.
9. Примеры задач нелинейного программирования в исследовательской и инженерной практике.
10. Условия дополняющей не жесткости в задачах нелинейного программирования.
11. Практический смысл условий регулярности в нелинейном программировании.
12. История создания динамического программирования.
13. Задача календарного планирования.
14. Общие принципы исследования неоднородных цепей Маркова.
15. Марковские последовательности.
16. Доказательство экспоненциального закона распределения времени между событиями простейшего (пуассоновского) потока.
17. Системы массового обслуживания с не пуассоновскими потоками событий.
18. Системы массового обслуживания с «нетерпеливыми» заявками.
19. История создания теории игр как самостоятельного раздела исследования операций.
20. Доказательство теоремы об оптимальных стратегиях матричных игр.
21. Критерий Лапласа для игр с природой.
22. Игры на единичном квадрате.
23. Понятие об исходе сильно равновесия.
24. Условие не пустоты ядра кооперативной игры трех лиц.
25. Возможные причины нарушения линейной связи между затратами и выпуском в модели Леонтьева.
26. Общие принципы построения нестационарной модели Леонтьева.

27. Паутинообразная модель рынка и условие ее устойчивости.
28. Учет фактора научно-технического прогресса в модели Солоу.
29. Общие сведения о моделях оптимальной экономики.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная

1. Яроцкая, Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. — 2-е изд. — Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. — 196 с. — ISBN 978-5-4497-3855-4. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/145188.html>.

2. Афонин, В. В. Анализ и моделирование типовых систем массового обслуживания: учебное пособие / В. В. Афонин, В. В. Никулин. — Москва, Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. — 232 с. — ISBN 978-5-9729-1187-5. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/132853.html>.

Дополнительная:

1. Литовка, Ю. В. Математические методы исследования операций: учебное пособие / Ю. В. Литовка, Н. В. Майстренко, С. Я. Егоров. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2023. — 80 с. — ISBN 978-5-8265-2569-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/141053.html>.

2. Симак, Р. С. Экономико-математические методы и модели в социально-экономических исследованиях: учебное пособие / Р. С. Симак, Д. И. Васильев, Г. Г. Левкин. — Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 151 с. — ISBN 978-5-4497-3138-8. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/140606.html>.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы и интернет-ресурсы

1. www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система «IPRbooks»
2. www.urait.ru – Образовательная платформа «ЮРАЙТ»
3. <https://zoom.us/ru-ru/meetings.html> Zoom - программа для организации видеоконференций

7. Материально- техническое обеспечение дисциплины

Основными видами учебных занятий являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Материально-техническое обеспечение дисциплины – учебная аудитория с классической доской, кабинет для самостоятельной работы студентов, читальный зал и библиотека, видеопроекторное оборудование, компьютер, оснащенный типовым пакетом системного и офисного ПО (Операционная система Microsoft Windows 7 Pro, Microsoft Office 2013. Программное обеспечение, входящее в типовой установочный пакет, получает обновление в автоматическом, установленном разработчиком (компанией Microsoft) порядке, посредством сети Интернет. Подтверждающие документы: Microsoft Open License №40962726 от 16.08.2006г., №44971865 от 24.12.2008г., №46256422 от 11.12.2009г., №61280992 от 13.12.2012г.; Акт приема-передачи неисключительного ограниченного права на лицензионное ПО № ПРСЧ-12-04326 от 18.12.2013г., №558 от 18.12.2014г., №ПРСЧ-15-01353 от 10.11.2015г., №272 от 15.04.2016г. , бухгалтерские документы, подтверждающие факт приобретения лицензионного ПО), в соответствии с Реестром материально-технического обеспечения аудиторного фонда Университета управления «ТИСБИ».

8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине

Для оценки компетентности рекомендуется использовать рейтинговую оценку знаний, умений и навыков студента по окончании изучения каждого модуля в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации образовательного процесс. Итоговая оценка (в баллах) складывается из баллов, набранных по каждому Модулю (семестровая оценка) и баллов, набранных, непосредственно на экзамене (зачете).

1. Расчет набранных баллов по дисциплине осуществляется в следующей последовательности:

2.
$$C = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} \cdot 0,6$$
, где М – количество баллов по модулю; n – количество модулей

3. $З = К \cdot 0,4$, где К - количество баллов на экзамене (зачете);

4. $И = С + З + П$, где П – поощрительные баллы (от 1 до 5).

**ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности»
в части дисциплины «Математическое моделирование»**

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Основные признаки уровня	Инструменты оценки сформированности уровня
1	Пороговый уровень (как минимально допустимый) (от 60 до 70 баллов)	<ul style="list-style-type: none"> – знает предмет, объекты и метод математического моделирования; – знает постановку задач линейного, нелинейного программирования; – знает основы марковских процессов; – знает основные положения теории игр; – знает основные математические модели поведения потребителя и производителя; – умеет пользоваться математическим языком и математической символикой при построении экономических моделей; – владеет основными методами формализации, применяемыми в математическом моделировании. 	Тестирование Выступление на семинаре Контрольная работа Зачет Экзамен
2	Базовый уровень (относительно порогового уровня) (От 71 до 85 баллов)	<ul style="list-style-type: none"> – знает предмет, объекты и метод математического моделирования; – знает постановку и методы решения задач линейного, нелинейного программирования; – знает основы марковских процессов; – знает основные положения теории игр; – знает основные математические модели 	Тестирование Выступление на семинаре Контрольная работа Зачет Экзамен

		<p>поведения потребителя и производителя,</p> <ul style="list-style-type: none"> – умеет пользоваться математическим языком и математической символикой при построении экономических моделей; – умеет применять методы решения задач линейного и нелинейного программирования; – умеет использовать принципы построения работы систем массового обслуживания; – умеет пользоваться моделями рационального поведения лица принимающего решения в различных конфликтных ситуациях; – владеет навыками составления, решения и интерпретации простейших практически значимых экономико-математических моделей. 	
3	<p>Повышенный уровень (относительно порогового уровня) (От 86 до 100 баллов)</p>	<ul style="list-style-type: none"> – знает предмет, объекты и метод математического моделирования; – знает постановку и методы решения задач линейного и нелинейного программирования; – знает основы марковских процессов; – знает основные положения теории игр; – умеет использовать принципы построения, функционирования и анализа работы систем массового обслуживания; – умеет пользоваться моделями рационального поведения лица принимающего решения в различных конфликтных ситуациях; – умеет решать задачи экономического и управленческого характера, использовать 	<p>Тестирование Выступление на семинаре Контрольная работа Зачет Экзамен</p>

		<p>различные методы при анализе конкретных ситуаций;</p> <ul style="list-style-type: none"> – владеет методами решения задач линейного и нелинейного программирования; – владеет применением игровых моделей для принятия решений в ситуациях неопределенности; – владеет навыками формулирования простейших прикладных экономико-математических моделей; – владеет навыками анализа социально-экономических задач с применением методов математического моделирования. 	
--	--	---	--